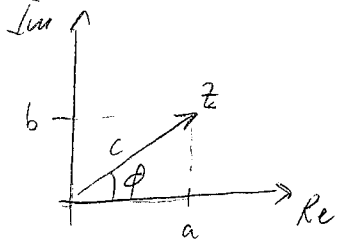
SEGNALI DETERMINISTICI

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master COPY COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

NUMERI COMPLESSI

$z = a + jb$



$z \in \mathbb{C}$

$a, b \in \mathbb{R}$

MODULO, FASE

$z = c\,e^{j\varphi}$

$z = \underbrace{c\cos\varphi}_{a} + j\,\underbrace{c\sin\varphi}_{b}$

Perciò $\varphi = \operatorname{arctg}(b/a)$

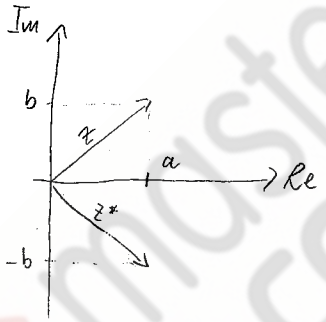
$c = \sqrt{a^2+b^2}$

$a = c\cos\varphi$

$b = c\sin\varphi$

$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$

$z^* = (a+jb)^* = a - jb$



$z^* = (c\cos\varphi + jc\sin\varphi)^* = c\cos\varphi - jc\sin\varphi = ce^{-j\varphi} = z^*$

$Re\{z\} = \frac{z+z^*}{2} = \frac{(a+jb)+(a-jb)}{2} = \frac{2a}{2} = a$

$Im\{z\} = \frac{z-z^*}{j2} = \frac{(a+jb)-(a-jb)}{j2} = \frac{2jb}{2j} = b$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Operazioni algebriche

- $z = z_1 + z_2 = a_1 + jb_1 + a_2 + jb_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$
- $z = z_1 - z_2 = a_1 + jb_1 - a_2 - jb_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$
- $z = z_1 * z_2 = c_1 e^{j\varphi_1} \cdot c_2 e^{j\varphi_2} = (c_1 \cdot c_2) e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$
- $z = z_1 / z_2 = c_1 e^{j\varphi_1} / c_2 e^{j\varphi_2} = (c_1/c_2) e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$
- $|z|^2 = z \cdot z^* = ce^{j\varphi} \cdot ce^{-j\varphi} = c^2$ (MODULO QUADRO)
- $z^2 = z \cdot z = ce^{j\varphi} \cdot ce^{j\varphi} = c^2 e^{2j\varphi}$ (QUADRATO)

funz. complesse di variabile reale $\rightarrow f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ es: $\underbrace{a(t)}_{\mathbb{R}} + j\,\underbrace{b(t)}_{\mathbb{R}}$

ne avrai $x_1(t) \cdot x_2(t) = c_1(t) \cdot c_2(t) \cdot e^{j(\varphi_1(t) + \varphi_2(t))}$ $\rightarrow f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}a(t) + j\frac{d}{dt}b(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\alpha)d\alpha = \int_{-\infty}^{t} a(\alpha)d\alpha + j\int_{-\infty}^{t} b(\alpha)d\alpha$$

Segnali

Il segnale è una qualunque grandezza fisica variabile a cui è associata un'informazione.

Prima catalogazione:

- SEGNALI DETERMINISTICI → Esiste una corrispondenza 1:1 tra valore fisico e numerico. Es: segnale sinusoidale: $\forall t \ \exists! \ x(t)$
- SEGNALI ALEATORI → Non sono noti come i deterministici. Sono note delle statistiche di questi (parametri come varianza, ecc...). Grazie a queste posso descrivere il segnale.

- DIMENSIONALITÀ

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

esempi:

→ SEGNALE AUDIO MONO $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

→ SEGNALE AUDIO STEREO $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad x(t) \rightarrow \begin{pmatrix} x_L(t) \\ x_R(t) \end{pmatrix}$

→ SEGNALE AUDIO DOLBY $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$

→ IMMAGINE DIGITALE A COLORI $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad x(t) \rightarrow \begin{pmatrix} x_R(x,y) \\ x_G(x,y) \\ x_B(x,y) \end{pmatrix}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

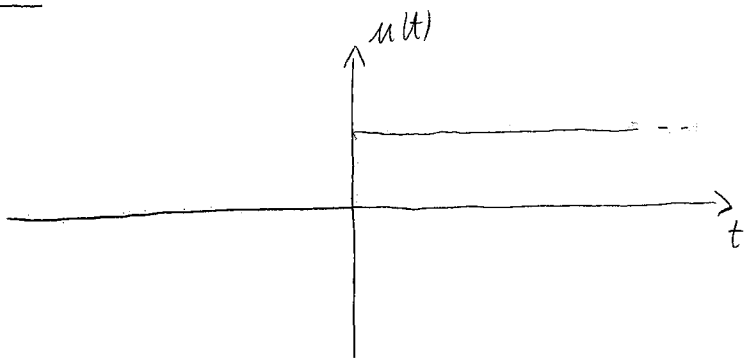
CLASSIFICAZIONI:

In base alla variabile INDIPENDENTE: t
- segnali a TEMPO CONTINUO: dominio funzione $\in \mathbb{R}$ $x(t)$
- segnali a TEMPO DISCRETO: dominio funzione $\in \mathbb{Z}$ (sequenze) $x[n]$

In base ai valori assunti dai segnali: X
- segnali ad AMPIEZZA CONTINUA
- segnali ad AMPIEZZA DISCRETA

	T_{cont}	T_{discr}
Amp CONT	ANALOGICI	SEQUENZE
Amp DISCR	QUANTIZZATI	NUMERICI

- GRADINO



$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{0} |u(t)|^2 dt + \int_{0}^{+\infty} |u(t)|^2 dt = 0 + \int_{0}^{+\infty} dt = +\infty$$

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |u(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left[\int_{-T/2}^{0} |u(t)|^2 dt + \int_{0}^{T/2} |u(t)|^2 dt \right] =$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left[0 + \int_{0}^{T/2} dt \right] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left[0 + \frac{T}{2} \right] = 1/2$$

$$X_{eff} = \sqrt{P_x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

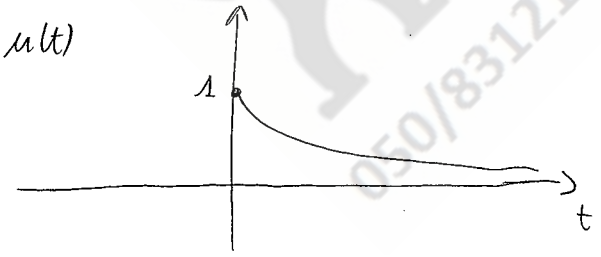
$$X_m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t)\, dt = 1/2$$

$E_x = \infty$
$P_x = 1/2$
$X_{eff} = \sqrt{1/2}$
$X_m = 1/2$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- ESPONENZIALE UNILATERA

$$x(t) = e^{-t} \cdot u(t)$$



$E_x = 1/2$
$P_x = 0$
$X_{eff} = 0$
$X_m = 0$

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{0}^{+\infty} e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_{0}^{+\infty} = 1/2$$

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T/2} e^{-2t} dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left(0 + 1 \right) = 0$$

$$X_{eff} = \sqrt{P_x} = 0$$

$$X_m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, dt = 0$$